



جمهوری اسلامی ایران
اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران
اداره آموزش و پرورش منطقه هفت تهران

ش صندلی (ش داوطلب): دبیرستان هاتف (دوره دوم) نوبت امتحانی: خرداد ماه
نام و نام خانوادگی: پایه: ریاضی رشته: - کجری
سؤال امتحان درس: ریاضی نام دبیر: جناب آقای سیدحسین سال تحصیلی: ۹۶-۹۷
ساعت امتحان: ۸:۳۰ صبح تعداد برگ سؤال: ۱
وقت امتحان: ۷۰ دقیقه تاریخ امتحان: ۱۳۹۷/۳/۸

ردیف	سؤال
۱	از یک جعبه که شامل ۲ مهره آبی و ۳ مهره قرمز است، ۲ مهره به تصادف خارج می‌کنیم. احتمال آن را که حداقل یک مهره آبی باشد محاسبه کنید؟
۱.۵	در صورتی که α و β ریشه‌های معادله‌ی $x^2 + 3x - 2 = 0$ باشند، معادله‌ی درجه‌ی دومی بنویسید که ریشه‌های آن به صورت $\frac{2}{\alpha-1}$ و $\frac{2}{\beta-1}$ باشند؟
۱	معادله‌ی $ 2x - 1 = 3$ را حل کنید؟
۱.۵	تابع f با ضابطه‌ی $f(x) = \begin{cases} \cos x & x \leq \frac{\pi}{2} \\ ax - b & x > \frac{\pi}{2} \end{cases}$ مفروض است. مقادیر a و b را به گونه‌ای بیابید که تابع در نقطه‌ی $x = \frac{\pi}{2}$ مشتق‌پذیر باشد؟
۱	نقاط بحرانی تابع با ضابطه‌ی $y = (x^2 - 1)^{\frac{1}{3}}$ را مشخص کنید؟
۱.۵	نقاط ماکزیمم و مینیمم مطلق تابع $y = -x^3 + 3x^2 + 5$ را در بازه‌ی $[-1, 2]$ بیابید؟
۱.۵	تعیین کنید در چه بازه‌ای تفرع منحنی تابع $y = 2x^3 - 9x^2 + 12x + 30$ رو به بالا و در چه بازه‌ای رو به پایین است و سپس نقطه‌ی عطف آن را نیز به دست آورید؟
۱	a را طوری بیابید که خطوط زیر متقارب باشند؟ $\begin{cases} x + 2y = 5 \\ 2x - y = 1 \\ ax + 2y = 3 \end{cases}$
۱.۵	دستگاه معادلات خطی زیر را حل کنید؟ $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = -1 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 6 \\ 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 3 \end{cases}$
۱.۵	مختصات مرکز و اندازه‌ی شعاع دایره به معادله‌ی $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$ را تعیین کنید و نمودار آن را رسم نمایید؟
۱.۵	سهمی به معادله‌ی $y^2 - 6y + 4x + 17 = 0$ مفروض است. مختصات راس، کانون و معادله‌ی خط هادی آن را بنویسید؟
۱	معادله‌ی بیضی را بنویسید که مرکز آن $W(-4, 6)$ و اندازه‌ی قطر بزرگ آن برابر ۱۲ و موازی محور l ها بوده و خروج از مرکزیتش برابر $\frac{2}{3}$ باشد؟

۱۳	به کمک رسم نمودار، حاصل انتگرال $\int_{-5}^x x+3 dx$ را به دست آورید؟	
۱۴	اگر $F(x) = \int_1^x \frac{\sin t}{3t^2+5} dt$ باشد، آن گاه مشتق تابع $g(x) = x^5 f(x)$ را به دست آورید؟	
۱۵	حاصل انتگرال‌های نامعین زیر را به دست آورید؟ الف) $\int \sin 2x - \tan x$ ب) $\int \frac{2}{x^3} + \sqrt[3]{x}$	
۱۶	حاصل انتگرال معین $\int_{-1}^5 [x]$ را به دست آورید؟	
۲۰ نمره	موفق و مؤید باشید- شعبانیان	

$$P(A) = \frac{\binom{2}{1} \times \binom{3}{1} + \binom{2}{2}}{\binom{5}{2}} = \frac{2 \times 3 + 1}{10} = \frac{7}{10}$$

$$x^2 + 3x - 2 = 0 \implies \begin{cases} S = -3 \\ P = -2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} S' = \frac{2}{\alpha - 1} + \frac{2}{\beta - 1} = \frac{2(\alpha + \beta) - 4}{\alpha\beta - (\alpha + \beta) + 1} = \frac{2S - 4}{P - S + 1} = -5 \\ P' = \frac{2}{\alpha - 1} \times \frac{2}{\beta - 1} = \frac{4}{\alpha\beta - (\alpha + \beta) + 1} = \frac{4}{P - S + 1} = 2 \end{cases}$$

معادله جدید: $x^2 - S'x + P' = 0 \implies x^2 + 5x + 2 = 0$

$$x|2x - 1| = 3 \implies \begin{cases} 0 \leq x : 2x^2 - x - 3 = 0 \implies \begin{cases} x = \frac{3}{2} > 0 \text{ قق} \\ x = -1 < 0 \text{ غقق} \end{cases} \\ x < 0 : 2x^2 - x + 3 = 0 \implies \Delta < 0 \text{ فاقد ریشه} \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} \cos x & x \leq \frac{\pi}{2} \\ ax - b & x > \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

شرط اول پیوستگی: $\implies \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} ax - b = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \cos x \implies \frac{\pi}{2}a - b = 0$

شرط دوم: $f'_+(\frac{\pi}{2}) = f'_-(\frac{\pi}{2}) \implies -\sin \frac{\pi}{2} = a \implies a = -1 \implies b = -\frac{\pi}{2}$

$$y = (x^2 - 1)^{\frac{1}{3}} \implies y' = \frac{1}{3} \times \frac{2x}{\sqrt[3]{(x^2 - 1)^2}} \implies \begin{cases} 2x = 0 \longrightarrow x = 0 \\ x^2 - 1 = 0 \longrightarrow x = \pm 1 \end{cases}$$

$$y = -x^3 + 3x^2 + 5$$

$$y' = -3x^2 + 6x = 0 \implies \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} f(-1) = 9 \\ f(0) = 5 \\ f(2) = 9 \\ f(3) = 5 \end{cases} \implies \begin{cases} \min = 5 \\ \max = 9 \end{cases}$$

$$y = 2x^3 - 9x^2 + 12x + 30$$

$$y' = 6x^2 - 18x + 12$$

$$y'' = 12x - 18 \implies \begin{cases} \frac{3}{2} < x \implies \text{تقعر رو به بالا} \\ x < \frac{3}{2} \implies \text{تقعر رو به پایین} \end{cases} \implies x = \frac{3}{2} \text{ نقطه عطف}$$

$$\begin{cases} x + 2y = 5 \\ 3x - y = 1 \end{cases} \implies \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases} \implies a \times 1 + 2 \times 2 = 3 \implies a = -1$$

-9

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = -1 \implies x_3 = -x_1 - 2x_2 - 1 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 6 \\ 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 3 \end{cases}$$

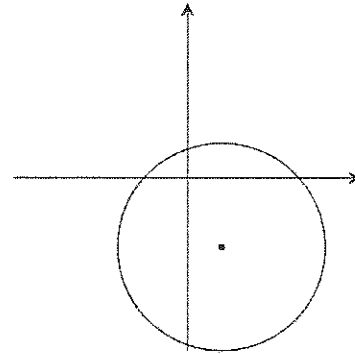
$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 - x_1 - 2x_2 - 1 = 6 \\ 3x_1 + 2x_2 + 2(-x_1 - 2x_2 - 1) = 3 \end{cases} \implies \begin{cases} x_1 - 3x_2 = 7 \\ -x_1 + 2x_2 = -5 \end{cases} \implies \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = -2 \end{cases} \implies x_3 = 2$$

-10

$$x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$$

$$(x-1)^2 + (y+2)^2 - 4 - 4 - 1 = 0$$

$$(x-1)^2 + (y+2)^2 = 9 \implies \begin{cases} O(1, -2) \\ r = \sqrt{9} = 3 \end{cases}$$



-11

$$y^2 - 6y + 4x + 17 = 0 \implies (y-3)^2 + 4x + 17 - 9 = 0 \implies (y-3)^2 = -4(x+2)$$

راس : $S(-2,3)$

كانون : $S(-3,3)$

خط هادی : $x = -1$

-12

$W(-4,6)$

$$AA' = 2a = 12 \implies a = 6$$

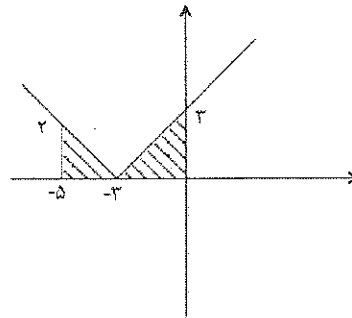
$$e = \frac{c}{a} = \frac{2}{3} \implies \frac{c}{6} = \frac{2}{3} \implies c = 4$$

$$a^2 = b^2 + c^2 \implies 36 = b^2 + 16 \implies b = \sqrt{20}$$

$$\frac{(y-6)^2}{36} + \frac{(x+4)^2}{20} = 1$$

-13

$$\int_{-5}^0 |x+3| = S_1 + S_2 = \frac{3 \times 3}{2} + \frac{2 \times 2}{2} = \frac{13}{2}$$



-14

$$g'(x) = 5x^4 F(x) + F'(x)x^5 = 5x^4 \times \int_1^x \frac{\sin t}{3t^2+5} dt + \frac{\sin x}{3x^2+5} \times x^5$$

-15

$$\text{a)} \int (\sin 2x - \tan x) dx = -\frac{1}{2} \cos 2x - \ln|\cos x| + c$$

$$\text{b)} \int \left(\frac{2}{x^3} + \sqrt[3]{x} \right) dx = \int (2x^{-3} + x^{\frac{1}{3}}) dx = 2 \frac{x^{-2}}{-2} + \frac{x^{\frac{4}{3}}}{\frac{4}{3}} + c = -\frac{1}{x^2} + \frac{3}{4} \sqrt[3]{x^4} + c$$

-16

$$\begin{aligned} \int_{-2}^5 [x] dx &= \int_{-2}^{-1} [x] dx + \int_{-1}^0 [x] dx + \int_0^1 [x] dx + \int_1^2 [x] dx + \int_2^3 [x] dx + \int_3^4 [x] dx + \int_4^5 [x] dx \\ &= \int_{-2}^{-1} -2 dx + \int_{-1}^0 -1 dx + \int_0^1 0 dx + \int_1^2 1 dx + \int_2^3 2 dx + \int_3^4 3 dx + \int_4^5 4 dx \\ &= -2 \times (-1+2) - 1 \times (0+1) + 0 + 1 \times (2-1) + 2 \times (3-2) + 3 \times (4-3) + 4 \times (5-4) = 7 \end{aligned}$$